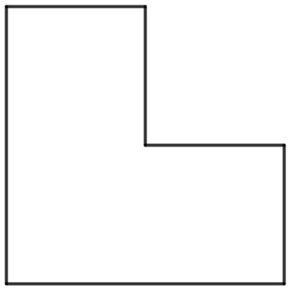
L ပုံတွေကိုပိုင်းဖြတ်ခြင်း

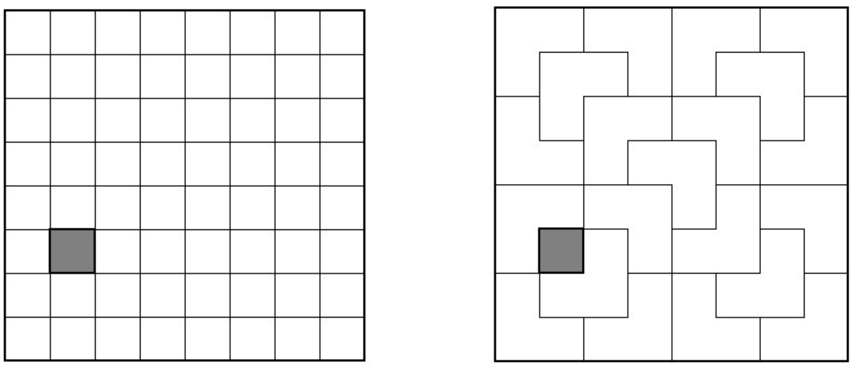
ဒီဆောင်းပါးအတွက် ပဟေဠိနှစ်ခုရှိပါတယ်။

ပဟေဠိ(1) အောက်ပါပေးထားတဲ့ L ပုံလေးဟာ ထပ်တူညီစတုရန်းသုံးခုကိုဆက်ပြီး ဖြစ်လာတာပါ။ ဒီပုံလေးကို ပုံသဏ္ဍာန်၊ အရွယ်အစားတူတဲ့ ပုံ 4 ခုဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်ပြပါ။ ဒီလိုပဲပုံသဏ္ဍာန်အရွယ်အစားတူတဲ့ ပုံ 32 ခုဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်ပြပါ။



ပုံ 1 – L ပုံစံအတုံးတစ်တုံး

ပဟေဠိ(2) 8 × 8 ဘုတ်တစ်ခုထဲက တစ်ယူနစ်အကွက်လေးတစ်ကွက်ကို ဖြတ်ထုတ်လိုက်မယ်။ ဒါဆိုရင် ကျန်ခဲ့တဲ့ အကွက် 63 ကွက်ပါဘုတ်ပြားကို L-ပုံစံ အတုံးလေးတွေ (တစ်ယူနစ်အကွက် သုံးကွက်ကို L ပုံစံဆက်ပြီး ရလာတဲ့အတုံး) နဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရကြောင်း ပြပါ။ ဘယ်အကွက်ကို ဖြတ်ထုတ်လိုက်ထုတ်လိုက် အမြဲတမ်းခင်းလို့ရနေနိုင်မယ့် နည်းလမ်းကိုတီထွင်ပြရမှာပါ။

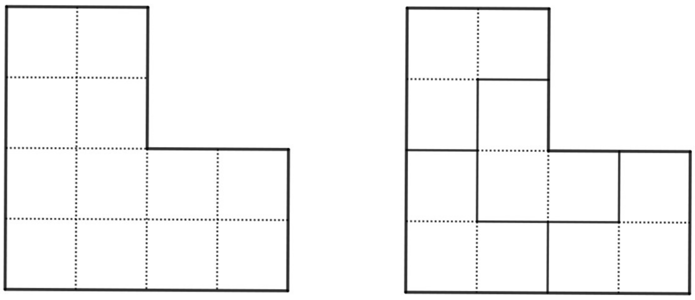


ပုံ 2 – အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ 8×8 ဘုတ်

ပဟေဠိနှစ်ခုရဲ့ အဖြေများ

ပဟေဠိ(1) ရဲ့အဖြေ

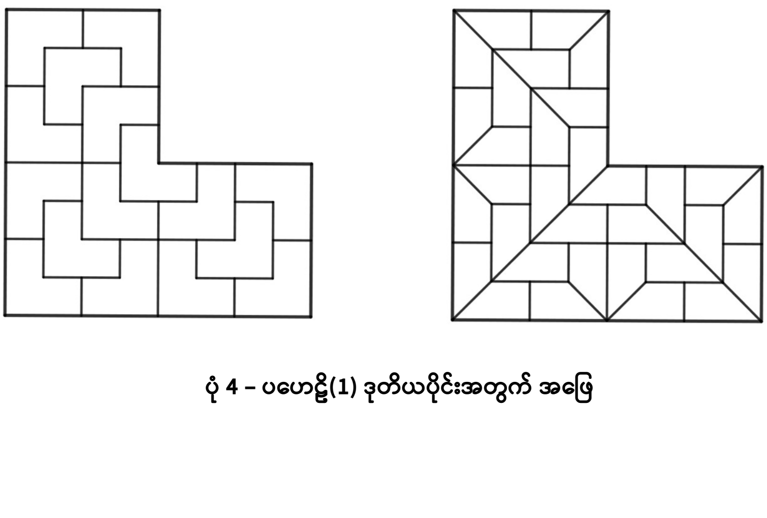
လူလည်ကျပြီးတော့ ပဟေဠိ (2) ရဲ့ပုံကိုကြည့်လိုက်ရင်တောင် ရပါတယ်။ ကျွန်တော်စဉ်းစားတဲ့ပုံစံကတော့ အရင်ဆုံး L ပုံကြီးကို အရွယ်တူစတုရန်းငယ် 12 ခုဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်လိုက်ပါတယ်။ ဒီလိုပိုင်းရတာက အရမ်းမြင်သာပါတယ်။



ပုံ 3 – ပဟေဠိ(1) ပထမပိုင်းအတွက် အဖြေ

ပုံစံတူအရွယ်တူ အပိုင်း 4 ခုဖြစ်အောင်လုပ်ဖို့အတွက် တစ်ပိုင်းစီကိုစတုရန်းငယ် 3 ခုနဲ့လုပ်ဖို့ကြိုးစားပါတယ်။ စတုရန်းငယ် 3 ခုနဲ့လုပ်လို့ရတဲ့ပုံထဲမှာ 1 × 3 အရွယ်ထောင့်မှန်စတုဂံရယ်၊ L ပုံစံအတုံးပုံရယ်ပဲရှိပါတယ်။ 1 × 3 အရွယ်ထောင့်မှန်စတုဂံတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းဖို့အဆင်မပြေနိုင်တဲ့အတွက် L ပုံစံအတုံးတွေနဲ့ခင်းဖို့ကြိုးစားကြည့်ပါတယ်။ အဲ့ဒီမှာအဖြေကိုတွေ့သွားတာပါ။

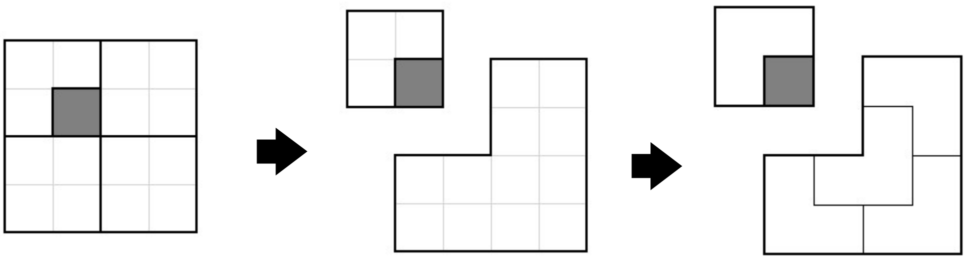
ဒီတော့ L အကြီးတစ်ခုကို L အသေး 4 ခုဖြစ်အောင်ပိုင်းလို့ရတယ်ဆိုတဲ့ အဓိပ္ပါယ်ပဲ။ အလားတူပဲဒီ L အသေးတစ်ခုစီကို L ပိစိ 4 ခုထပ်ဖြစ်အောင် ပိုင်းလို့ရလိမ့်ဦးမယ်။ ဒီတော့ L အကြီးတစ်ခုကို L ပိစိ 16 ခုဖြစ်အောင်ပိုင်းလို့ရတယ်ပေါ့။ Generally ပြောရင်တော့ L အကြီးတစ်ခုကို L ပိစိပိစိလေးတွေ အရေအတွက် $4^1, 4^2, 4^3, \ldots$ တွေရအောင်ပိုင်းလို့ရပါတယ်။ ဒါကိုထားပါ။ လိုချင်တာက 32 ပိုင်းလေ။ အဲ့တော့ L ပိစိ 16 ခုရတာနဲ့ တစ်ခုစီကို ပုံစံတူအရွယ်အစားတူ ပုံ 2 ခုဖြစ်အောင် ပိုင်းနိုင်ရင် ရပါပြီ။ ဒါကလွယ်ပါတယ်။ တြာပီဇီယမ်နှစ်ခုဖြစ်အောင်ပိုင်းလိုက်ရုံပဲပေါ့။



ပုံ 4 – ပဟေဠိ(1) ဒုတိယပိုင်းအတွက် အဖြေ

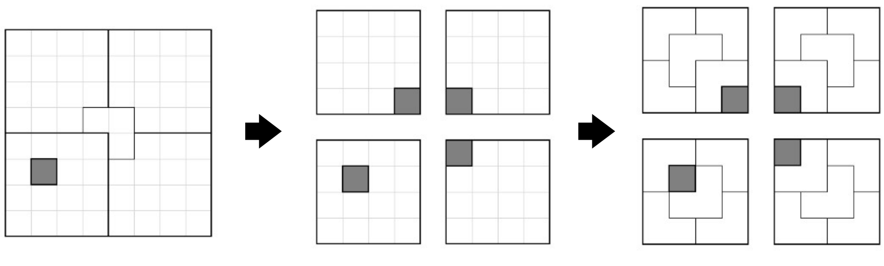
ပဟေဋ္ဌိ (2) ရဲ့အဖြေ

ဒီပုစ္ဆာကတော့ ပဟေဋ္ဌိ (1) ထက်အများကြီးပိုခက်ပါတယ်။ 8 × 8 ဘုတ်ကိုမစဉ်းစားခင် 4 × 4 ဘုတ်မှာ တစ်ကွက်ဖောက်ထားတဲ့ ဘုတ်ပြားတွေကို အရင်စဉ်းစားရအောင်။ ဒီဘုတ်ပြားတွေကို ခလယ်ခေါင်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကနေ လေးစိတ်စိတ်လိုက်ရင် အစိတ်တစ်စိတ်မှာက အပေါက်ပါပြီး ကျန်တဲ့သုံးစိတ်ကတော့ အပေါက်မပါတဲ့ L ပုံအကြီးကြီး ဖြစ်သွားပါတယ် (ပုံ 5)။ အပေါက်ပါတဲ့အစိတ်မှာက လွတ်နေတဲ့သုံးကွက်မှာ L ကလေးတစ်ခုဖြည့်လိုက်ရုံပါပဲ။ အပေါက်မပါတဲ့သုံးစိတ်အတွက် ဖြည့်ပုံဖြည့်နည်းကတော့ ပဟေဋ္ဌိ (1) အတိုင်းပဲဖြစ်ပါတယ်။

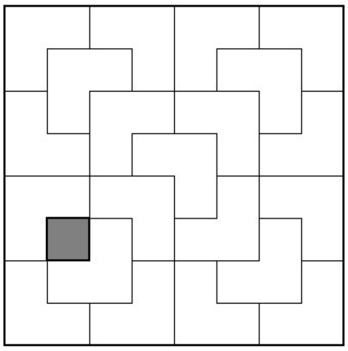


ပုံ 5 – အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ 4 × 4 ဘုတ်ကို L ပုံတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းနည်း

ဟုတ်ပြီ။ ဒါဆို 4 × 4 ဘုတ်မှာ အပေါက်တစ်ပေါက်ဖောက်ကို ဘယ်နားဖောက်ထားထား ကျန်တဲ့အကွက်တွေကို L ပုံတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရတာပေါ့။ 8 × 8 ဘုတ်အတွက် ဆက်စဉ်းစားကြည့်ရအောင်။ အရင်ဆုံး ဘုတ်ကြီးကို ခလယ်ခေါင်မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကနေ လေးစိတ်စိတ်လိုက်ပါမယ်။ တစ်ပိုင်းကတော့ အပေါက်ပါတဲ့ 4 × 4 ဘုတ်ဖြစ်ပြီး ကျန်သုံးပိုင်းကတော့ 4 × 4 အကွက်အပြည့်တွေဖြစ်ပါတယ်။ အပေါက်ပါတဲ့ 4 × 4 ဘုတ်ကို L ပုံတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရကြောင်း သိနှင့်ပြီးဖြစ်တဲ့အတွက် ကျန်တဲ့သုံးပိုင်းကိုဘယ်လို အပြည့်ဖြည့်မလဲဆိုတာကိုပဲ ဆက်စဉ်းစားဖို့ ကျန်ပါတော့တယ်။ ဒီနေရာမှာ ပဟေဋ္ဌိ (1) တုန်းကအတိုင်းပဲ စဉ်းစားလို့ရပါတယ်။ ဒါပေမယ့်ပိုမြင်သာတဲ့နည်းကတော့ဒီလိုပါ။ အရင်ဆုံး ဘုတ်ရဲ့ အလယ်ခေါင်မှာ L ပုံအတုံးတစ်ခုချလိုက်ပါ။ ဒီ L ပုံအတုံးက အပေါက်မပါတဲ့အစိတ်အပိုင်းတစ်ပိုင်းစီမှာ အကွက်တစ်ကွက်စီ ယူထားပါစေ (ပုံ 6)။ ဒါဆိုရင် အပေါက်မပါတဲ့အစိတ်အပိုင်းတွေအတွက် ဖြည့်စရာမလိုတော့တဲ့အကွက်တစ်ကွက်စီ ရှိနေပြီဖြစ်လို့ ဒီအစိတ်အပိုင်းတစ်ပိုင်းစီကို အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ 4 × 4 ပုံတွေလို့ မြင်လိုက်လို့ရပါတယ် (ပုံ 6)။ ဒါဆိုရင် အလယ်မှာ L ပုံအတုံးတစ်တုံးချလိုက်ခြင်းအားဖြင့် ပေးရင်းဘုတ်ပြားကြီးကို အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ 4 × 4 ပုံဘုတ် လေးခုဆက်ထားတာလို့ မြင်လို့ရသွားပါတယ်။ ဒါကြောင့်ပေးရင်းဘုတ်ပြားကြီးကိုလည်း L ပုံတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရမှာပါ။

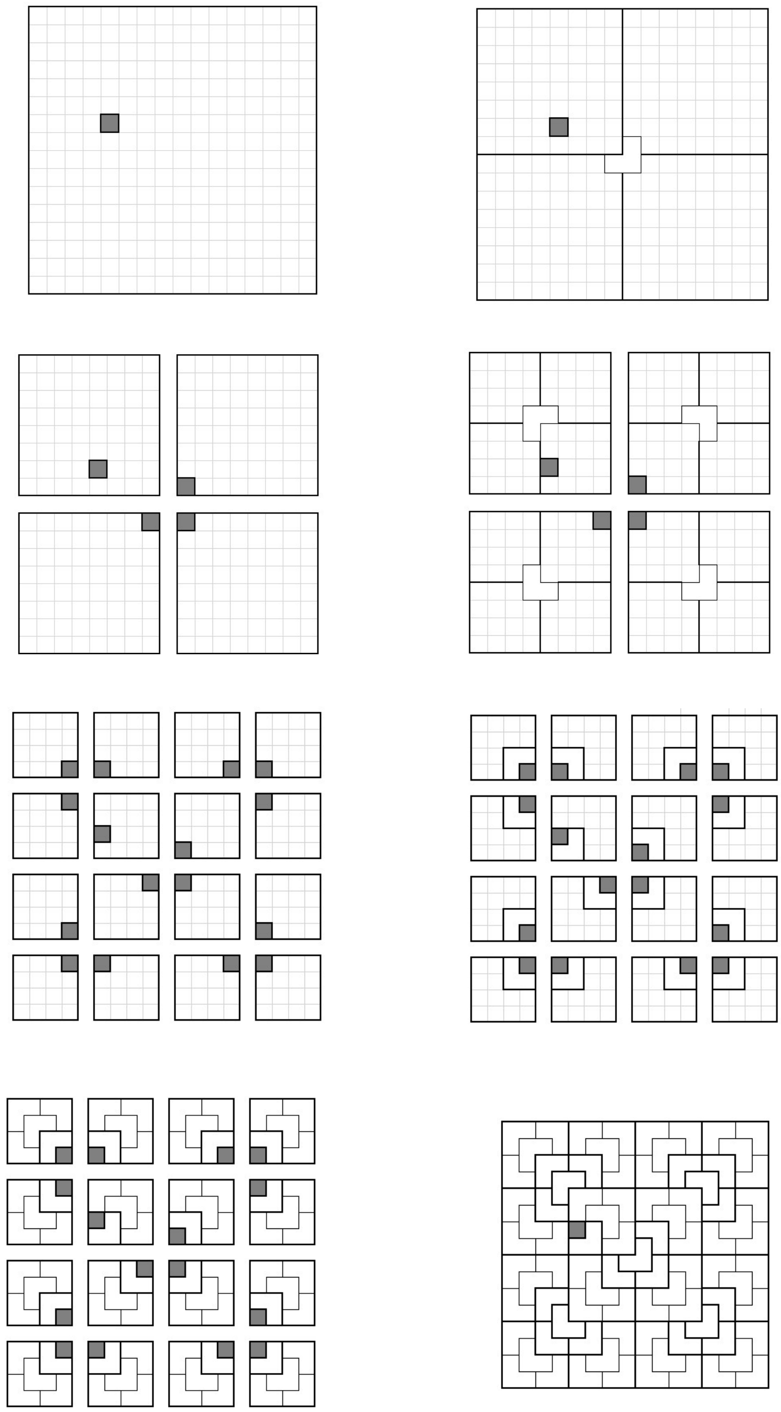


ပုံ 6 – 4 × 4 အတွက်စဉ်းစားထားတာကိုသုံးပြီး 8 × 8 အတွက်ဖြေရှင်းပုံ



ပုံ 7 – အပြည့်ခင်းပြီးသွားတဲ့ပုံ

ဒီအတိုင်းဆက်စဉ်းစားရင် အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ 16 × 16 ဘုတ်ပြားရဲ့အလယ်မှာ L ပုံအတုံးတစ်ခုကို ချလိုက်ခြင်းဖြင့် အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ 8 × 8 ဘုတ်ပြားလေးခုအဖြစ် အသွင်ပြောင်းမြင်လိုက်နိုင်ပါတယ်။ တစ်ခါအပေါက်ပါတဲ့ 8 × 8 တွေကို L တွေနဲ့အပြည့်ခင်းတတ်ပြီးသားဖြစ်လို့ အပေါက်ပါတဲ့ 16 × 16 ကိုလည်းပဲ L တွေနဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရသွားပါတယ်။ အပေါက်ပါတဲ့ 16 × 16 ဘုတ်တစ်ခုကို ခင်းတဲ့ပုံအဆင့်ဆင့်အသေးစိတ်ကို အလှကြည့်လို့ ရအောင်ဖော်ပြပေးလိုက်ပါတယ်။



ပုံ 7 – အလှကြည့်ရန်

ဒီတိုင်းပဲ 16 × 16 ရဲ့ရလဒ်ကိုသုံးပြီး 32 × 32 အတွက်ရကြောင်း၊ 32 × 32 ရဲ့ရလဒ်ကိုသုံးပြီး 64 × 64 အတွက်ရကြောင်း၊ … $2^n \times 2^n$ ရဲ့ရလဒ်ကိုသုံးပြီး $2^{n+1} \times 2^{n+1}$ အတွက်ရကြောင်း၊ … စသည်ဖြင့် ပြသွားလို့ရပါတယ်။ ဒါကြောင့် "အပေါက်တစ်ပေါက်ပါတဲ့ $2^n \times 2^n$ ဘုတ်ပြားတိုင်းကို L ပုံစံအတုံးလေးတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရတယ်" ဆိုတဲ့ မှန်ကန်ချက်ကို ရလာပါပြီ။ ဒီလိုမျိုး ဆင့်ကာဆင့်ကာသက်သေပြတဲ့နည်းကိုတော့ သင်္ချာမှာတော့ mathematical induction လို့ခေါ်ပါတယ်။ "ပုစ္ဆာအကြီးတစ်ခုကို ဖြေရှင်းဖို့အတွက် သူနဲ့ပုံစံတူပုစ္ဆာအငယ်လေးတွေကို ဖြေရှင်းနိုင်ရင်ရပြီ" ဆိုတဲ့ စဉ်းစားမှုပုံစံဟာ mathematical induction ပဲဖြစ်ပါတယ်။

စကားမစပ် အခုပြလိုက်တဲ့ "အပေါက်တစ်ပေါက်ပါ $2^n \times 2^n$ ဘုတ်ပြားတိုင်းကို L ပုံစံ အတုံးလေးတွေနဲ့ အပြည့်ခင်းလို့ရတယ်" ဆိုတဲ့အချက်ကိုကြည့်ခြင်းအားဖြင့် n နေရာမှာ ဘာအပေါင်းကိန်းပြည့် ထည့်ထည့် $4^n - 1$ ဟာ 3 နဲ့အမြဲတမ်းစားလို့ပြတ်တယ်လို့ပြောနိုင်ပါတယ်။ ဘယ်လိုများပါလိမ့်။