

ဦးထုပ်နီ ဦးထုပ်ပြာ



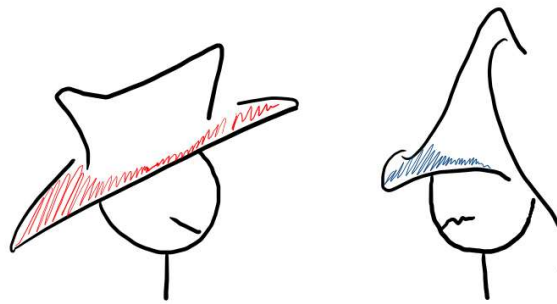
ထောင်တစ်ခုမှာ ထောင်သားအယောက် 100 ရှိပါတယ်။ တစ်နေ့မှာ ထောင်မှူးဟာ ထောင်သားတစ်ယောက်စီကိုခေါ်ပြီး ဦးထုပ်အနီ (သို့မဟုတ်) အပြာတွေကိုဆောင်းပေးပါတယ်။ ဆောင်းပေးအပြီးမှာ ထောင်သားအားလုံးကို “မင်းတို့ ခေါင်းပေါ်မှာ ဦးထုပ်အနီ (သို့မဟုတ်) အပြာရှိတယ်။ အနီရောင်ဆောင်းထားတာ အနည်းဆုံးတစ်ယောက်ပါတယ်၊” လို့ကြေညာလိုက်ပါတယ်။ အမှန်မှာတော့ ဦးထုပ်အနီကအလုံး 40 နဲ့ ဦးထုပ်အပြာက အလုံး 60 ရှိတာပါ (ဒါကိုတော့ ထောင်သားတွေ မသိပါဘူး)။ ထောင်သားတိုင်းဟာ မိမိခေါင်းပေါ်ကဦးထုပ်ရဲ့အရောင်ကို ဘယ်နည်းနဲ့မှမြင်ဖို့ မဖြစ်နိုင်အောင် လုပ်ထားပါတယ်။ ဒါပေမယ့် တခြားထောင်သားတွေ အားလုံးရဲ့ ခေါင်းပေါ်က ဦးထုပ်အရောင်တွေကိုတော့ မြင်နေရပါတယ်။ ထောင်သားအချင်းချင်း ဘယ်နည်းနဲ့မှ အဆက်အသွယ် လုပ်လို့မရပါဘူး။

နေ့တစ်နေ့ရဲ့ နံနက်ခင်းတိုင်းမှာ ထောင်သားတစ်ယောက်ချင်းစီကို သီးသန့်လာတွေ့ပြီး “မင်းခေါင်းပေါ်က ဦးထုပ်ဟာ ဘာအရောင်လဲမင်းသိပြီလား၊ သိပြီဆိုရင် မင်းမှန်ကြောင်းသက်သေပြ” လို့လိုက်မေးပါတယ်။ သက်သေပြချက် လုံးဝဥသံခိုင်လုံတဲ့ ထောင်သားတွေကို အဲ့ဒီနေ့ရဲ့နေ့လယ်မှာ ထောင်သားအားလုံးရဲ့ရှေ့မှောက်တင်ပဲ ပေါ်ပေါ်ထင်ထင် လွှတ်ပေးမယ်လို့လည်း ကြေညာထားပါတယ်။ တစ်ခုရှိတာသည် ထောင်သားတွေဟာ အင်မတန်မှကို ဉာဏ်ကောင်းလှပါတယ်။ ဆိုလိုတာက လွတ်ဖို့ နည်းလမ်းရှိရင် ရအောင်ကိုလွတ်နိုင်တဲ့သူတွေပါ။ ဒီလိုဉာဏ်ကောင်းတာကို ထောင်သားအချင်းချင်းရော၊ ထောင်မှူးကပါ သိပါတယ်။

မေးခွန်း ။ ။ ဦးထုပ်များဆောင်းပေးအပြီး 42 ရက်မြောက်နေ့မရောက်ခင် ထောင်သားအားလုံး လွတ်မှာဖြစ်ကြောင်း သက်သေပြပါ။

သတိပြုရမှာက ထောင်သားတွေက မိမိမှန်ကြောင်း သက်သေပြနိုင်မှ လွတ်မှာပါ။ ဒါကြောင့်အဖြေကို လုံးဝရွှီးလို့မရဘူး ဆိုတာပါပဲ။

ဒီပုစ္ဆာလေးကို ကျွန်တော့်ရဲ့ olympiad ကျောင်းသားတော်တော်များများကို မေးဖြစ်ပါတယ်။ အဖြေကလုံးဝ logical reasoning စစ်စစ်ပါ။ ဘာမှလူလည်ကျစရာမလိုပါဘူး။ ဖြေရှင်းနည်း ကလည်း သင်္ချာမှာ မကြာခဏဆိုသလို တွေ့နေရတဲ့နည်းမျိုးပါပဲ။ အဖြေကိုမဖတ်ခင် အရင်စဉ်းစားကြည့်ပါဦး၊ အဖြေကလှလွန်းလို့ပါ။



ပုစ္ဆာရဲ့ အဖြေနဲ့ နောက်ကွယ်က သင်္ချာ

အရင်ဆုံး အရိုးရှင်းဆုံးအခြေအနေဖြစ်တဲ့ အနီရောင်ဦးထုပ် 1 လုံးနဲ့ ကျန်တဲ့ 99 လုံးစလုံး အပြာဖြစ်တဲ့ case ကိုစဉ်းစားကြည့်ရအောင်။ ဒါဆိုရင် ဦးထုပ်အနီသမားက အပြာရောင် 99 လုံးကိုမြင်နေရမှာပါ။ ဦးထုပ်အနီအနည်းဆုံး တစ်ယောက်ပါတယ်ဆိုတာသိတဲ့အတွက် ပထမနံနက်ခင်းမှာတင် လွတ်ပါတယ်။ ဒါကြောင့်သူလွတ်သွားတာကိုမြင်တဲ့ အပြာရောင် 99 ယောက်သည် ဒုတိယနေ့မနက်ကျရင် လွတ်ပါလိမ့်မယ်။ ဒါဆိုအောက်ပါအချက်ကိုရပါပြီ။

Fact 1: အနီရောင်ဦးထုပ် 1 လုံးရှိရင် ပထမနံနက်မှာ အနီရောင်သမား လွတ်မယ်။

ဆက်ပြီးတော့ အနီ 2 လုံးနဲ့ အပြာ 98 လုံးဖြစ်တဲ့ case ကိုစဉ်းစားပါမယ်။ ဒါဆိုရင် ဦးထုပ်အနီသမားက အပြာ 98 လုံးကိုမြင်နေ ရမှာဖြစ်လို့ ဖြစ်နိုင်ချေနှစ်မျိုးကိုသုံးသပ်လို့ရပါတယ်။

ဖြစ်နိုင်ချေ (A) ဦးထုပ်အနီက 1 လုံးပဲရှိတယ်။ ဒါဆိုရင် ငါ့ခေါင်းပေါ်က အပြာရောင်ပဲ။

ဖြစ်နိုင်ချေ (B) ဦးထုပ်အနီက 2 လုံးရှိတယ်။ ဒါဆိုရင် ငါ့ခေါင်းပေါ်က အနီရောင်ပဲ။

Fact 1 ကြောင့်ဖြစ်နိုင်ချေ (A) မှန်မမှန်ကို တစ်ရက်စောင့်ကြည့်လိုက်ရင်သိနိုင်ပါတယ်။ တစ်ရက်စောင့်ကြည့်လို့ ဖြစ်နိုင်ချေ (A) သာမဖြစ်ခဲ့ရင် ဖြစ်နိုင်ချေ (B) မှန်တာသေချာတဲ့အတွက် သူက ဒုတိယနေ့နံနက်ခင်းမှာ ကျိမ်းသေလွတ်မှာပါ။ ဒါကြောင့် အောက်ပါအချက်ကိုရပါတယ်။

Fact 2: အနီရောင်ဦးထုပ် 2 လုံးရှိရင် ဒုတိယနံနက်မှာ အနီရောင်သမားအကုန်လွတ်မယ်။

ဆက်ပြီး အနီ 3 လုံးနဲ့ အပြာ 97 လုံးကိုစဉ်းစားပါမယ်။ စောနကအတိုင်းပဲ ဦးထုပ်အနီသမားကဖြစ်နိုင်ချေနှစ်မျိုး သုံးသပ်လို့ရပါတယ်။

ဖြစ်နိုင်ချေ (A) ဦးထုပ်အနီက 2 လုံးပဲရှိတယ်။ ဒါဆိုရင် ငါ့ခေါင်းပေါ်က အပြာရောင်ပဲ။

ဖြစ်နိုင်ချေ (B) ဦးထုပ်အနီက 3 လုံးရှိတယ်။ ဒါဆိုရင် ငါ့ခေါင်းပေါ်က အနီရောင်ပဲ။

Fact 2 အရ ဖြစ်နိုင်ချေ (A) မှန်မမှန်ကို နှစ်ရက်စောင့်ကြည့်ရင် သိနိုင်ပါတယ်။ နှစ်ရက်စောင့်လို့ ဘာမှမထူးခြားရင် ဖြစ်နိုင်ချေ (B) မှန်သွားတာသေချာတဲ့အတွက် သူက တတိယနေ့နံနက်ခင်းမှာ ကျိမ်းသေလွတ်ပါတယ်။ ဒါကြောင့်

Fact 3: အနီရောင်ဦးထုပ် 3 လုံးရှိရင် တတိယနံနက်မှာ အနီရောင်သမားအကုန်လွတ်မယ်။

ဒီတိုင်းဆက်စဉ်းစားသွားရင် Fact 3 ကိုသုံးပြီး

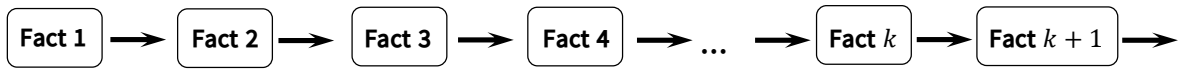
Fact 4: အနီရောင်ဦးထုပ် 4 လုံးရှိရင် စတုတ္ထနံနက်မှာ အနီရောင်သမားအကုန်လွတ်မယ်။

ဆိုတာရမယ်။ ဒီ fact 4 ကိုသုံးပြီး fact 5၊ fact 5 ကိုသုံးပြီး fact 6 စသည်ဖြင့် အဆင့်ဆင့်ထုတ်သွားရင် $1 \leq k \leq 100$ အတွက်

Fact k: အနီရောင်ဦးထုပ် k လုံးရှိရင် k ကြိမ်မြောက်နံနက်မှာ အနီရောင်သမားအကုန်လွတ်မယ်။

ဆိုတာကိုရပါတယ်။ မူရင်းပုစ္ဆာမှာ အနီရောင်ဦးထုပ် အလုံး 40 ရှိလို့ 40 ရက်နေ့မြောက်နံနက်မှာ အနီရောင်သမား အကုန်လွတ်ပါမယ်။ အနီတွေလွတ်သွားတာနဲ့တစ်ပြိုင်နက် ကျန်ခဲ့တဲ့အပြာရောင်သမားတွေက ကိုယ့်ဦးထုပ်ကိုယ် အပြာမှန်း တန်းသိပြီဖြစ်လို့ 41 ရက်မြောက်နံနက်မှာ အပြာရောင်သမားအကုန်လွတ်ပါမယ်။ ဒါကြောင့် 42 ရက်နေ့မတိုင်ခင် ထောင်သားအားလုံးလွတ်နိုင်ပါတယ်။ သူတို့တွေက ဉာဏ်အလွန်ကောင်းတဲ့အတွက် ဒီနည်းထက်ပိုကောင်းတဲ့နည်းတွေ ရှိခဲ့ရင် 41 ရက်ထက်စောပြီးလွတ်နိုင်ပါတယ်။ ဒါပေမယ့် 41 ရက်မကျော်တာကတော့ အသေအချာပါပဲ။

ဒီပုစ္ဆာကို အနီအလုံး 40 နဲ့တန်းစဉ်းစားရင် အင်မတန်ခက်ပေမယ့် 1 လုံး၊ 2 လုံးအတွက် အရင်စဉ်းစားကြည့်လိုက်ရင် အတော်လွယ်သွားတာတွေ့ရမှာပါ။ အဓိကလှကွက်ကတော့ fact 1 ကိုသုံးပြီး fact 2 ကိုသက်သေပြ၊ fact 2 ကိုသုံးပြီး fact 3 ကိုသက်သေပြ၊ fact 3 ကိုသုံးပြီး fact 4 ကိုသက်သေပြဆိုတဲ့ သက်သေပြချက်ရထားတဲ့ကြီးပါပဲ။



ဒီလိုမျိုး case အငယ်တွေရဲ့ ရလဒ်တွေကနေတစ်ဆင့် case အကြီးရဲ့ရလဒ်ကို သက်သေပြတဲ့နည်းလမ်းကို mathematical induction လို့ခေါ်ပါတယ်။ ဒါကြောင့်ကျွန်တော် mathematical induction အကြောင်းသင်တိုင်း ဒီပုစ္ဆာလေးကို ထည့်မေးဖြစ်ပါတယ်။

ဒီပုစ္ဆာလေးကို IMO 2018 သင်တန်းမှာ ကျွန်တော်အချိန်အစားဝင်ပေးနေတဲ့တုန်း IMO 2018 ကျောင်းသားတစ်ယောက်ကနေ လာပြရာကစတွေ့ခဲ့တာပါ။ သူပုစ္ဆာကိုစတွေ့တဲ့စာအုပ်ကတော့ David A. Santos ရဲ့ Number Theory for Mathematical Competitions ဆိုတဲ့စာအုပ်ထဲကပါ။ စာအုပ်ကိုယ်တိုင်မှာလည်း ပုစ္ဆာကို (Halmos) လို့ပဲ reference ပေးထားတာတွေ့ပါတယ်။ ဒီချစ်စဖွယ်ပုစ္ဆာလေးရဲ့ မူရင်းရေးသူကိုတော့ ကျွန်တော်လည်းခုထိ မသိသေးပါဘူး။ သိတဲ့သူရှိရင် ကျွန်တော့်ကိုပြောပြပေးကြပါ။

IMO 2018 ကျောင်းသားလာပြတဲ့ပုစ္ဆာကတော့ ဦးထုပ်နီ၊ ဦးထုပ်ပြာ ပုံစံနဲ့ရေးထားတာမဟုတ်ပါဘူး။ မူရင်းအရေးအသားက နားလည်ရရှုပ်မယ်ထင်လို့ ကျွန်တော့်သဘောနဲ့ကျွန်တော် ဦးထုပ်နီ၊ ဦးထုပ်ပြာ version ပြောင်းထားတာဖြစ်ပါတယ်။ Santos ရဲ့စာအုပ်ထဲကတွေ့တဲ့ပုစ္ဆာကတော့ အောက်ပါအတိုင်းပါ။

Every man in a village knows instantly when another's wife is unfaithful, but never when his own is. Each man is completely intelligent and knows that every other man is. The law of the village demands that when a man can PROVE that his wife has been unfaithful, he must shoot her before sundown the same day. Every man is completely law abiding. One day, the mayor announces that there is at least one unfaithful wife in the village. The mayor always tells the truth, and every man believes him. If in fact there are exactly forty unfaithful wives in the village (but that fact is not known to men,) what will happen after the mayor's announcement?